

**Übungsaufgaben zur  
"Stochastik für Informatiker"  
Serie 13.**

---

1. *Verteilung Aufgabe 6.*

Die Reißfestigkeit  $X$  (in  $N$ ) von Mineralfasern wird als angenähert  $N(\mu; \sigma^2)$ -verteilt angenommen. Zur Ermittlung von  $\mu$  und  $\sigma$  wurde festgestellt, dass 5% der Proben bei einer Belastung von weniger als  $15N$  und 91% der Proben bei einer Belastung von weniger als  $28N$  rissen. Berechne  $\mu$  und  $\sigma$ .

(6 Punkte)

---

2. *Getränkefabrik*

In einer Getränkefabrik werden 1-Liter-Flaschen eines Erfrischungsgetränkes maschinell abgefüllt. Die Erfahrung zeigt, daß im Mittel 4% aller abgefüllten Flaschen weniger als 0.97 l und 3% aller abgefüllten Flaschen mehr als 1.03 l des betreffenden Getränkes enthalten. Die zufällig in eine Flasche eingefüllte Getränkemenge (in Litern) wird als Wert einer Zufallsvariablen  $X$  angesehen. Man berechne Erwartungswert und Varianz von  $X$ , wenn  $X$  eine  $N(\mu, \sigma^2)$ -Verteilung besitzt und im Einklang mit den angegebenen Erfahrungswerten  $P(X < 0.97) = 0.04$  und  $P(X > 1.03) = 0.03$  gilt.

(3 Punkte)

---

b.w.

### 3. Erwartungswert- und Varianzschätzung

Es seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängige und identisch verteilte Zufallsgrößen mit dem gemeinsamen Erwartungswert  $\mu = E X_1$  und der endlichen Streuung  $\sigma^2 = D^2 X_1$ .

- (a) Wenn der Erwartungswert  $\mu$  nicht bekannt ist, kann man ihn aufgrund der Beobachtung von  $X_1, \dots, X_n$  erwartungstreu und konsistent schätzen. Geben Sie eine entsprechende Schätzung an und weisen Sie nach, daß diese über die geforderten Eigenschaften verfügt.
- (b) Wir nehmen nun an, daß zwar der Erwartungswert  $\mu$ , nicht aber die Streuung  $\sigma^2$  bekannt sei. Geben Sie einen erwartungstreuen Schätzer  $\hat{\sigma}_N^2$  für  $\sigma^2$  an und zeigen Sie, daß mit Wahrscheinlichkeit 1 gilt:  $\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\sigma}_N^2 = \sigma^2$ .

Tips: 1.) Auch die Varianz ist ein Erwartungswert.  
2.) Benutzen Sie ein Gesetz der großen Zahlen.

(8 Punkte)

---

**Abgabe:** bis **26.01.05 9.00 Uhr** Kasten 124 (grün)

**(Aufgabe 3: ZÜ am 28.01.05)**

**Besprechung:** in den Übungen ab **27.01.05**

**Hinweis:** *Geben Sie außer Ihrem Namen auch Ihre Übungsgruppe mit an.*