

**Übungsaufgaben zur
"Stochastik für Informatiker"
Serie 13.**

1. *Verteilung Aufgabe 6.*

Die Reißfestigkeit X (in N) von Mineralfasern wird als angenähert $N(\mu; \sigma^2)$ -verteilt angenommen. Zur Ermittlung von μ und σ wurde festgestellt, dass 5% der Proben bei einer Belastung von weniger als $15N$ und 91% der Proben bei einer Belastung von weniger als $28N$ rissen. Berechne μ und σ .

(6 Punkte)

2. *Getränkfabrik*

In einer Getränkefabrik werden 1-Liter-Flaschen eines Erfrischungsgetränkes maschinell abgefüllt. Die Erfahrung zeigt, daß im Mittel 4% aller abgefüllten Flaschen weniger als 0.97 l und 3% aller abgefüllten Flaschen mehr als 1.03 l des betreffenden Getränkes enthalten. Die zufällig in eine Flasche eingefüllte Getränkemenge (in Litern) wird als Wert einer Zufallsvariablen X angesehen. Man berechne Erwartungswert und Varianz von X , wenn X eine $N(\mu, \sigma^2)$ -Verteilung besitzt und im Einklang mit den angegebenen Erfahrungswerten $P(X < 0.97) = 0.04$ und $P(X > 1.03) = 0.03$ gilt.

(3 Punkte)

b.w.

3. Erwartungswert- und Varianzschätzung

Es seien X_1, \dots, X_n unabhängige und identisch verteilte Zufallsgrößen mit dem gemeinsamen Erwartungswert $\mu = E X_1$ und der endlichen Streuung $\sigma^2 = D^2 X_1$.

- (a) Wenn der Erwartungswert μ nicht bekannt ist, kann man ihn aufgrund der Beobachtung von X_1, \dots, X_n erwartungstreu und konsistent schätzen. Geben Sie eine entsprechende Schätzung an und weisen Sie nach, daß diese über die geforderten Eigenschaften verfügt.
- (b) Wir nehmen nun an, daß zwar der Erwartungswert μ , nicht aber die Streuung σ^2 bekannt sei. Geben Sie einen erwartungstreuen Schätzer $\hat{\sigma}_N^2$ für σ^2 an und zeigen Sie, daß mit Wahrscheinlichkeit 1 gilt: $\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\sigma}_N^2 = \sigma^2$.

Tips: 1.) Auch die Varianz ist ein Erwartungswert.
2.) Benutzen Sie ein Gesetz der großen Zahlen.

(8 Punkte)

Abgabe: bis 26.01.05 9.00 Uhr Kasten 124 (grün)

(Aufgabe 3: ZÜ am 28.01.05)

Besprechung: in den Übungen ab 27.01.05

Hinweis: Geben Sie außer Ihrem Namen auch Ihre Übungsgruppe mit an.