

Boolsche Algebra

In dieser Aufgabe soll noch einmal der Umgang mit der Boolschen Algebra geuebt werden. Zur Erinnerung deshalb hier zunaechst noch einmal die grundlegenden Regeln (Nummerierung entsprechend den GTI-Folien):

Notation: $a \cdot b = a \text{ and } b$; $a + b = a \text{ or } b$; $\bar{a} = \text{not } a$

Axiome: $\text{Grundmenge } B = \{0, 1\}$

B_1	<i>Kommutativitaet</i>	$\forall a, b \in B : a + b = b + a, a \cdot b = b \cdot a$
B_2	<i>Distributivitaet</i>	$\forall a, b, c \in B : (a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c), (a \cdot b) + c = (a + c) \cdot (b + c)$
B_3		$\forall a \in B : a + 0 = a, a \cdot 1 = a$
B_4		$\forall a \in B : a + \bar{a} = 1, a \cdot \bar{a} = 0$
B_5		$\exists a, b \in B : a \neq b$

Lemmata:

2.1	<i>Eindeutigkeit der 0</i>	$\exists n \in B : \forall a \in B : a + n = a \Rightarrow n = 0$
	<i>Eindeutigkeit der 1</i>	$\exists e \in B : \forall a \in B : a \cdot e = a \Rightarrow e = 1$
2.2	<i>Eindeutigkeit des Komplements</i>	$\forall a \in B : \exists k \in B : [a + k = 1 \text{ und } a \cdot k = 0 \Rightarrow k = \bar{a}]$
2.3	<i>Idempotenz</i>	$\forall a \in B : a + a = a = a \cdot a$
2.4		$\forall a \in B : a + 1 = 1, a \cdot 0 = 0$
2.5		$\bar{0} = 1, \bar{1} = 0$
2.6	<i>Doppeltes Komplement</i>	$\forall a \in B : \bar{\bar{a}} = a$
2.7	<i>Absorption</i>	$\forall a, b \in B : a + a \cdot b = a, a \cdot (a + b) = a$
2.8	<i>Assoziativitaet</i>	$\forall a, b, c \in B :$
		$a + (b + c) = (a + b) + c$
		$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) \cdot c$
2.9	<i>DeMorgan</i>	$\forall a, b \in B :$
		$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$
		$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$

Bei der Anwendung der Regeln nicht den Fehler machen arithmetische Regeln einzusetzen. Boolesche Algebra verhaelt sich an einigen Stellen anders!!! Bitte bei jedem Umformungsschritt die verwendete(n) Regel(n) angeben

a) Welche der folgenden 4 Booleschen Ausdruecke sind identisch?

Tip: Versuchen sie alle Terme auf eine der Normalformen zu bringen

i) $\overline{(a + \bar{b})} + (\bar{a} \cdot b) + \bar{c}$

ii) $\overline{(a \cdot c) + ((\bar{b} + 0) \cdot c)}$

iii) $\overline{(a \cdot c)} \cdot (\bar{a} + \bar{c}) \cdot (b + \bar{c} + b)$

iv) $\overline{(\bar{a} + (b \cdot c))} + (c \cdot (b + c))$

Name:

Matrikel-Nummer:

Quine/McClusky

Gegeben sei eine Bool'sche Funktion

$$F = a b \bar{c} \bar{d} + \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} b \bar{c} \bar{d} + \\ a \bar{b} c \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d}$$

(a) Geben Sie F in der Minterm-Normalform an.

$F_{\text{Minterm}} =$

(b) Bestimmen Sie eine minimale Darstellung von F mit Hilfe des Karnaugh- Diagramms: Füllen Sie dazu das auf der nächsten Seite angegebene Diagramm zunächst entsprechend mit Einsen aus. Markieren Sie dann die alle gefundenen Primimplikanten.

Geben Sie die minimale Darstellung hier an:

$F_{\text{Min}} =$

(c) Minimieren Sie die Funktion

$$G = a b \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} b \bar{c} \bar{d} + \\ a \bar{b} c \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d}$$

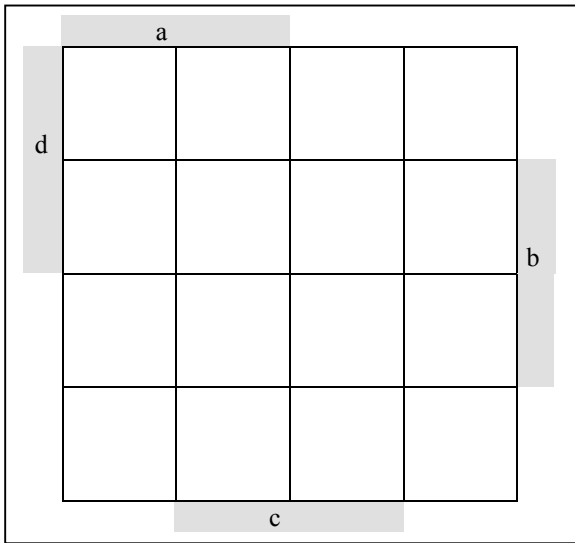
mit Hilfe des Quine/McClusky Verfahrens. Das Verfahren benötigt hier 2 Iterationen. Geben Sie die Zwischenergebnisse nach den angegebenen Aktionen des Verfahrens in beiden Iterationen an. Bei der Summe der Konsensusse sind **alle** (d.h. **auch doppelt auftretende**) anzugeben!

Name:

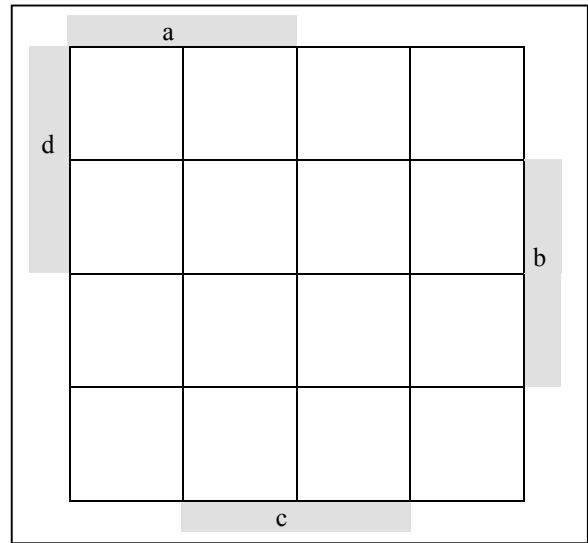
Matrikel-Nummer:

Zu (b):

Auszufüllendes Karnaugh-Diagramm:



Ersatzdiagramm:



Teil (c): Quine / McClusky Verfahren

Nr.	Aktion / Zwischenergebnisse
	Ausgangsfunktion G $a b \bar{c} \bar{d} + \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} b \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d}$
1	Summe aller „Simplen Konsensusse“: Nach „Streichen von Verlängerungen“ und „Vereinfachen“:
2	Summe aller „Simplen Konsensusse“: Nach „Streichen von Verlängerungen“ und „Vereinfachen“

Ersatztable:

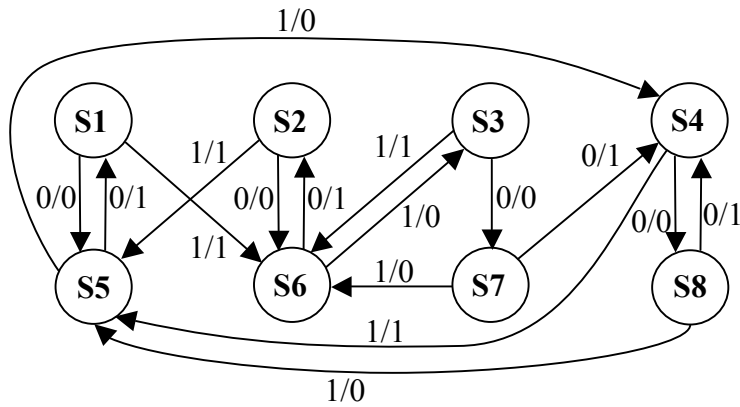
Nr.	Aktion / Zwischenergebnisse
	Ausgangsfunktion G $a b \bar{c} \bar{d} + \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} b \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d}$
1	Summe aller „Simplen Konsensusse“: Nach „Streichen von Verlängerungen“ und „Vereinfachen“:
2	Summe aller „Simplen Konsensusse“: Nach „Streichen von Verlängerungen“ und „Vereinfachen“:

Name:

Matrikel-Nummer:

Ginsburg/Huffman

- a) Wandeln Sie den gegebenen Mealy-Automaten mit Hilfe des Ginsburg/Huffman-Verfahrens in einen äquivalenten Zustands-minimalen (*reduzierten*) Mealy-Automaten um.



S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8 sind Zustände;
1/0 steht für Eingabe $X = 1$, Ausgabe: $Y = 0$.

- b) Geben Sie den Zustandsübergangsgraphen des minimierten Mealy-Automaten und dazu äquivalenten Moore-Automaten an.

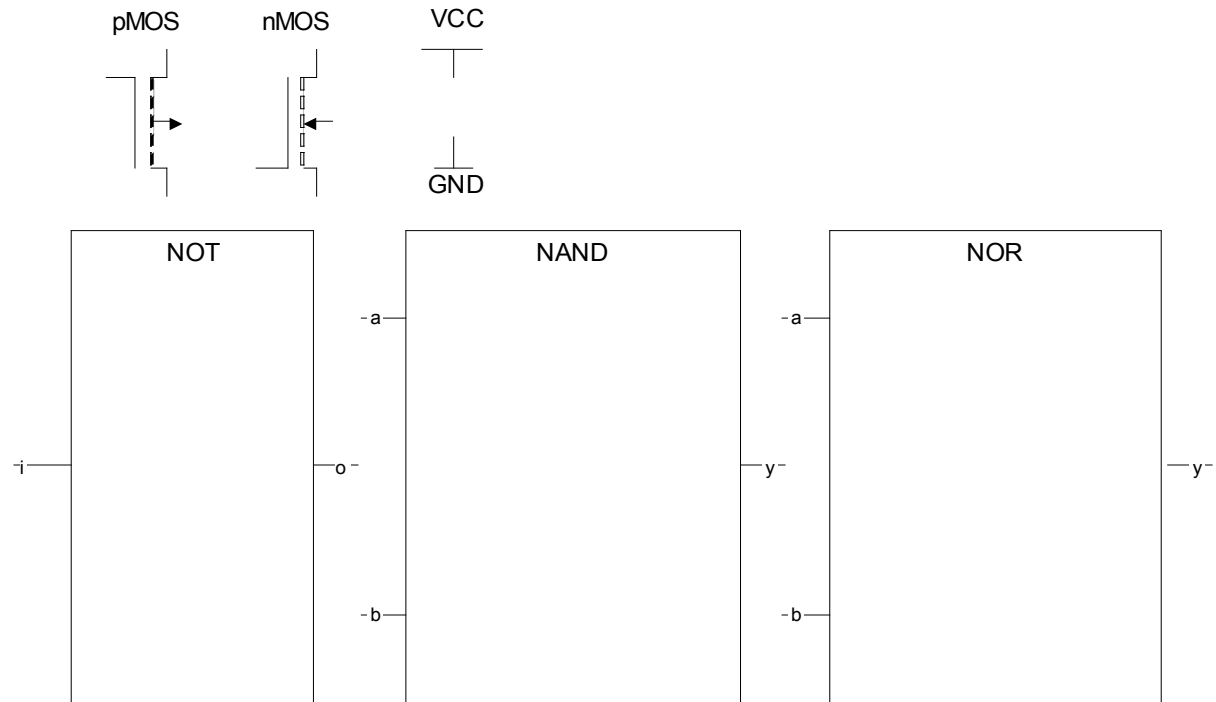
Name:

Matrikel-Nummer:

CMOS- und Gatterschaltungen

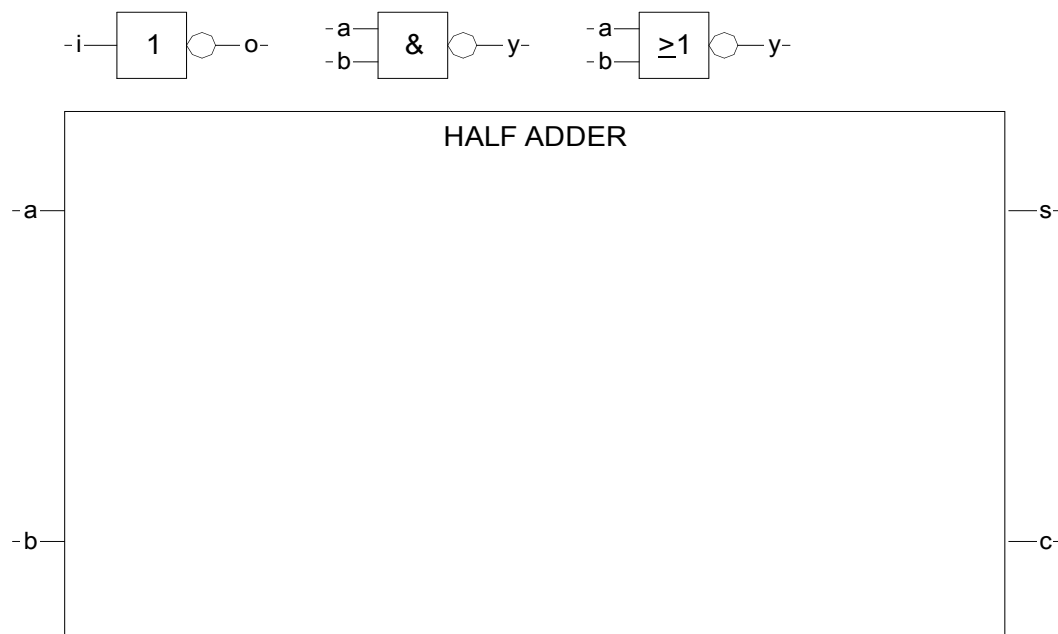
a) Zeichnen Sie basierend auf den unten dargestellten Schaltsymbolen von **nMOS** und **pMOS** Transistoren die Gatter **NOT**, **NAND** und **NOR** als **CMOS** Gatter.

Tipp: Ein pMOS Anreicherungstyp leitet, wenn am Gate eine logische 0, also GND anliegt. Ein nMOS Anreicherungstyp leitet, wenn am Gate eine logische 1, also VCC anliegt.



b) Zeichnen Sie basierend auf den Schaltsymbolen der Gatter **NOT**, **NAND** und **NOR** einen Halbaddierer, der die beiden Eingangsbits **a** und **b** zu einer Summe **s** und einem Überlauf **c** addiert. Stellen Sie dazu zunächst die Booleschen Funktionen für **s** und **c** auf.

s =	c =
------------	------------



Name:

Matrikel-Nummer:

VHDL Signaltiming und Variable

Gegeben sei folgende VHDL-Beschreibung mit gemischten Signal- und Variablenanweisungen.

- a) Tragen Sie für jede Signalzuweisung von ‚a‘ (Zeilen 4 bis 7) die jeweiligen Werte in die Transaktionsliste ein. Achten Sie auf die unterschiedlichen Verzögerungsarten (transport-delay, inertial-delay).

Hinweis: Wenn nichts vor der Signalzuweisung steht, dann wird inertial-delay benutzt!

VHDL Code

```

1 architecture TEST of AUFGABE is
2   signal a, b : integer := 0;
3 begin
4   a <= 6 after 1 ns, 8 after 2 ns,
      18 after 3 ns, 22 after 4 ns,
      11 after 5 ns;
5   a <= transport 14 after 4 ns;
6   a <= 8 after 3 ns;
7   a <= transport 13 after 2 ns;
8
9   process (a, b)
10    variable c, d : integer := 0;
11  begin
12    b <= a+1;
13    c := b*4 + 3;
14    d := a + b + c;
14  end process;
16 end TEST;
```

Transaktionsliste

a	→	0					
			1ns	2ns	3ns	4ns	5ns
a	→	0					
			1ns	2ns	3ns	4ns	5ns
a	→	0					
			1ns	2ns	3ns	4ns	5ns
a	→	0					
			1ns	2ns	3ns	4ns	5ns

- b) Tragen Sie die Werte von a, b, c und d für alle gegebenen Zeitpunkte in die entsprechende Signaltrace-Tabelle ein. Es reicht, wenn Sie nur zu den Zeitpunkten, an denen sich etwas ändert, Werte eintragen. Falls Sie die Teilaufgabe a) nicht lösen konnten, benutzen Sie folgende Transaktionsliste:

a	→	0			16		
			1ns	2ns	3ns	4ns	5ns

Tipp: Achten Sie auf die Sensitivliste und stellen Sie die Gleichungen um!

Signaltrace

	0	1	2	3	4	5	t
a							
b							
c							
d							