

Übung zur Vorlesung

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen

WS 2004/05

Blatt 8

AUFGABE 29 (5 Punkte):Sei $L = \{\langle M \rangle \mid \exists z \in \{0, 1\}^* : M \text{ gestartet mit } z \text{ hält und } M \text{ gestartet mit } z0 \text{ hält nicht}\}$ Zeigen Sie durch Reduktion, dass L nicht entscheidbar ist.**AUFGABE 30** (5 Punkte):Eine Mehrband-NTM ist das nichtdeterministische Analogon zu einer Mehrband-DTM. Eine Primzahl p in unärer Darstellung hat die Form $p_{un} = 1^p$. Beispiel: $p = 5, p_{un} = 11111$.

1. Beschreiben Sie informal eine 2-Band NTM, die die Sprache $L_1 := \{1^p \mid p \text{ ist keine Primzahl}\}$ in linearer Zeit akzeptiert.
2. Zeigen Sie, dass L_1 in P liegt.
3. Zeigen Sie, dass die Sprache $L_2 := \{bin(p) \mid p \text{ ist keine Primzahl}\}$ in NP liegt.

AUFGABE 31 (5 Punkte):Zwei ungerichtete Graphen $G = (V_1, E_1)$ und $H = (V_2, E_2)$ heißen *isomorph*, wenn es eine bijektive Abbildung $\phi : V_1 \rightarrow V_2$ gibt, so dass für alle $v, u \in V_1$ gilt:

$$\{u, v\} \in E_1 \Leftrightarrow \{\phi(u), \phi(v)\} \in E_2$$

Zeigen Sie, dass die Sprache ISO in NP liegt.

$$ISO := \{(G, H) \mid G, H \text{ sind isomorphe Graphen}\}$$

AUFGABE 32 (5 Punkte):

Geben Sie jeweils einen Verifizierer für die folgenden zwei Probleme an. Begründen Sie die Korrektheit und geben Sie die Laufzeit Ihrer Algorithmen an.

- **Degree Constrained Spanning Tree (DCST):** Sei ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine ganze Zahl $k \leq |V|$ gegeben. Frage: Gibt es einen Spannbaum für G mit maximalem Grad k (d.h. jeder Knoten hat maximal k Nachbarn)?
- **Bottleneck Traveling Salesman:** Sei C eine Menge von n Städten mit euklidischen Entfernungen $d(c_i, c_j) \in \mathbb{R}, \forall c_i, c_j \in C$ und $k \in \mathbb{R}$. Gibt es eine Tour durch alle Städte, deren Entfernungen von Stadt zu Stadt nicht länger ist als k , d.h. gibt es eine Permutation $(c_{\pi(1)}, \dots, c_{\pi(n)})$ von C , so dass $d(c_{\pi(i)}, c_{\pi(i+1)}) \leq k$ und $d(c_{\pi(n)}, c_{\pi(1)}) \leq k$.