

Übung zur Vorlesung

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und Formale Sprachen

WS 2004/05

Blatt 12

AUFGABE 47 (5 Punkte):

Gegeben sei eine kontextsensitive Sprache $L \subset \Sigma^*$ und ein Wort $w \in \Sigma^*$. Zeigen Sie, dass das Wortproblem ($w \in L?$) entscheidbar ist. Verwenden Sie zur Lösung nur DTMs.

Hinweis: Beachten Sie, dass Worte durch Anwendung der Ableitungsregeln nicht kleiner werden können und nach einer bestimmten Anzahl von angewendeten Ableitungen echt größer werden müssen.

AUFGABE 48 (5 Punkte):

Wir betrachten die folgende Grammatik G' :

$$\begin{aligned}
 G' &= (V, \Sigma, P, \langle \text{Ausdruck} \rangle), \text{ wobei :} \\
 V &= \{ \langle \text{Ausdruck} \rangle, \langle \text{Faktor} \rangle \} \\
 \Sigma &= \{ a, (,), *, + \} \\
 P &= \begin{cases} \langle \text{Ausdruck} \rangle & \rightarrow \langle \text{Ausdruck} \rangle + \langle \text{Ausdruck} \rangle \\ \langle \text{Ausdruck} \rangle & \rightarrow \langle \text{Faktor} \rangle \\ \langle \text{Ausdruck} \rangle & \rightarrow \langle \text{Faktor} \rangle * \langle \text{Ausdruck} \rangle \\ \langle \text{Faktor} \rangle & \rightarrow a \\ \langle \text{Faktor} \rangle & \rightarrow (\langle \text{Ausdruck} \rangle) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Geben Sie für den Ausdruck $a * a + a + a$ zwei verschiedene Linksableitungen in G' an, d.h., in beiden Ableitungen wird immer eine Produktion für die am weitesten links stehende Variable angewandt.

AUFGABE 49 (5 Punkte):

Geben Sie eine Grammatik an, die die folgende Sprache L erzeugt. Dabei steht $\#_x(w)$ für die Anzahl, wie oft der Buchstabe x im Wort w auftaucht (bspw. $w = abccaa$, $\#_a(w) = 3$).

$$L = \{ w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w) \}$$

AUFGABE 50 (5 Punkte):

Geben Sie Grammatiken H_1, H_2 an, die die folgenden Sprachen erzeugen:

1. $L_1 = \{w \in \{0,1\}^+ \mid \text{Die Anzahl der 1 in } w \text{ ist durch 3 teilbar}\}$
2. $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ enthält die Teilfolge } 00 \text{ nicht}\}$

Begründen Sie jeweils, warum die Grammatik H_i die Sprache L_i erzeugt.

(Bemerkung: Für L_1 gibt es Grammatiken mit 6 Produktionen, für L_2 solche mit 4 Produktionen).