

4. Übungsblatt zu Mathematik für Informatiker II, SS 2004

JOACHIM VON ZUR GATHEN & MICHAEL NÜSKEN

Abgabe bis Montag, 24. Mai 2004, 12²³ Uhr
in den jeweils richtigen Kasten auf dem D1-Flur.

Aufgabe 4.1 (Summen). (3 Punkte)

Wir erinnern uns an die Teilsummen $H(n) = \sum_{1 \leq j \leq n} \frac{1}{j}$ der harmonischen Reihe.

(i) Sei $f(n) = nH(n)$ für $n \in \mathbb{Z}$. Berechne Δf .

(ii) Bestimme $s(n) = \sum_{1 \leq k < n} H(k)$.

Aufgabe 4.2 (Differenzgleichung). (6 Punkte)

Löse die Differenzgleichung

$$(E^3 - 4E^2 - 4E + 16)f = 72, \quad f(0) = 1, \quad f(1) = 2, \quad f(2) = 4.$$

Aufgabe 4.3 (Differenzgleichung). (6 Punkte)

Löse die Differenzgleichung

$$(E^3 - 4E^2 + 6E - 4)f = 0, \quad f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad f(2) = 2.$$

Aufgabe 4.4 (Differenzgleichung). (6 Punkte)

Löse die Differenzgleichung

$$\left(E - \frac{n+1}{n+2}I\right)f = n^3, \quad f(0) = 0.$$

Aufgabe 4.5 (Skat). (5 Punkte)

Skat wird von drei Spielern (Tick, Trick und Track) und einem Kartenspiel bestehend aus 32 verschiedenen Karten gespielt. Zu Beginn des Spiels erhält jeder der drei Spieler ein "Blatt" von 10 Karten, die übrigen 2 Karten liegen im sogenannten "Skat".

- (i) Wieviele Möglichkeiten gibt es, ein Kartenspiel mit 32 Karten zu mischen?
- (ii) Wieviele mögliche Blätter kann ein Spieler bekommen?
- (iii) Wieviele mögliche Verteilungen der Karten gibt es insgesamt, wenn
 - (a) die Spieler unterschieden werden?
 - (b) die Spieler nicht unterschieden werden?
- (iv) Im Spiel sind insgesamt vier Asse. Wieviele mögliche Verteilungen der Karten gibt es, wenn jeder Spieler genau ein As erhält?

Aufgabe 4.6 (Erwartungswert).

(1 Punkt)

Bestimme die erwartete Augensumme von vier Würfeln.

Aufgabe 4.7 (Erwartete Zeit).

(3 Punkte)

Falschspieler verwendet einen Würfel W mit

$$\begin{aligned}\text{prob}(W = 6) &= \frac{64}{100}, \\ \text{prob}(W = k) &= \frac{8}{100} \quad \text{für } k \in \{2, 3, 4, 5\}, \\ \text{prob}(W = 1) &= \frac{4}{100}.\end{aligned}$$

- (i) Bestimme die erwartete Augensumme von vier Würfeln.
- (ii) Bestimme die erwartete Anzahl von Würfeln bis eine Sechs fällt.
- (iii) Bestimme die erwartete Anzahl von Würfeln bis eine Eins fällt.

☺**Aufgabe 4.8** (Bunte Häuser).

(2 Punkte)

Alle Wolkenkratzer in New York City werden bunt angestrichen, doch jedes Stockwerk in nur einer Farbe. Dabei werden immer die Farben blau und gelb verwendet, aber zwei benachbarte Stockwerke dürfen niemals beide gelb sein. Wieviele Möglichkeiten gibt es für das Empire State Building?

4. Übungsblatt zu Mathematik für Informatiker II, SS 2004, Mündlicher Teil

JOACHIM VON ZUR GATHEN & MICHAEL NÜSKEN

Mündliche Aufgabe 4.9 (Summen).

Wir erinnern uns an die Teilsummen $H(n) = \sum_{1 \leq j \leq n} \frac{1}{j}$ der harmonischen Reihe.

(i) Sei $f(n) = n^2(2H(n) - 1)$ für $n \in \mathbb{Z}$. Berechne Δf .

(ii) Bestimme $s(n) = \sum_{1 \leq k < n} kH(k)$.

Mündliche Aufgabe 4.10 (Differenzgleichung).

Löse die Differenzgleichung

$$(E^3 - 7E - 6)f = 12, \quad f(0) = -3, \quad f(1) = 0, \quad f(2) = 20.$$

Mündliche Aufgabe 4.11 (Differenzgleichung).

Löse die Differenzgleichung

$$(E^2 + 2E + 2)f = 0, \quad f(0) = 0, \quad f(1) = 2.$$

Mündliche Aufgabe 4.12 (Differenzgleichung).

Löse die Differenzgleichung

$$\left(E - \frac{n+1}{n+3}I\right)f = n+2, \quad f(0) = 1.$$

Mündliche Aufgabe 4.13 (Erwartungswert).

Bestimme die erwartete Augensumme von zwei achtseitigen Würfeln.

Mündliche Aufgabe 4.14 (Erwartete Zeit).

Kurzfinger würfelt mit drei Würfeln, solange bis er in einem Wurf eine Eins und eine Sechs wirft. Bestimme die erwartete Anzahl von Würfeln.