

Grundlagen der Technischen Informatik

Übung zur Vorlesung

Ü1: Eigenschaften der Booleschen Algebra und Implementierung von Booleschen Funktionen

Aufgabe 1:

$B = (B, +, \cdot, \neg, 0, 1)$ heißt Boolesche Algebra: \Leftrightarrow

- 1) B ist Menge (Trägermenge)
- 2) $+, \cdot : B^2 \rightarrow B$ (Addition, Multiplikation)
- 3) $\neg : B \rightarrow B$ (Komplement)
- 4) $0, 1 \in B$

B1 5) $\forall a, b \in B : a+b = b+a, a \cdot b = b \cdot a$ Kommutativität

B2 6) $\forall a, b, c \in B : (a+b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$
 $(a \cdot b) + c = (a+c) \cdot (b+c)$ Distributivität

B3 7) $\forall a \in B : a+0 = a, a \cdot 1 = a$

B4 8) $\forall a \in B : a+\bar{a} = 1, a \cdot \bar{a} = 0$

B5 9) $\exists a, b \in B : a \neq b$

Folgendes ist zu beweisen:

Lemma 2.4 (Eigenschaften von 0 und 1)

$$\forall a \in B : a+1 = 1, a \cdot 0 = 0$$

Lemma 2.5 (Eigenschaften von 0 und 1)

$$\bar{0} = 1, \bar{1} = 0$$

Lemma 2.8 (Assoziativität)

$$\forall a, b, c \in B : a+(b+c) = (a+b)+c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Bew.: (hier für \cdot)

Lemma 2.9 (De Morgansche Gesetze)

$$\forall a, b \in B : \overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b},$$

$$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b},$$

Bew.: (hier für $\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$.)

