Johannes Blömer
u.v.a.m.

Paderborn, den 15. Juli
Abgabe 28. Juli 2004, 11:00 Uhr, Kästen Flur D3

Übungen zur Vorlesung
Datenstrukturen und Algorithmen
SS 2004
Blatt 13

AUFGABE 1 (6 Punkte)**:**
Zeigen Sie, dass der folgende Algorithmus DELETE-MST für ungerichtete, zusammenhängende, gewichtete Graphen (G, w) einen minimalen Spannbaum berechnet.

DELETE-MST(G, w)

Sortiere die Kanten in der Kantenmenge E von G nach absteigendem Gewicht.
$T \leftarrow E$
for alle Kante $e \in E$ in der Reihenfolge absteigenden Gewichts
    do **if** die Knoten von G mit den Kanten in $T - \{e\}$ bilden einen zusammenhängenden Graphen
        then $T \leftarrow T - \{e\}$
return T

AUFGABE 2 (6 Punkte)**:**
Sie haben eine Menge von Münzen mit den Nennwerten $c^0, c^1, c^2, \ldots, c^k$ für $c \in \mathbb{N}$ und ein $k \in \mathbb{N}$. Für jeden der möglichen Nennwerte stehen Ihnen beliebig viele Münzen zur Verfügung. Sie sollen Betrag b mit Ihren Münzen bezahlen, dabei allerdings möglichst wenige Münzen benutzen. Entwerfen Sie einen effizienten gierigen Algorithmus, der dieses Problem löst. Zeigen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus und analysieren Sie seine Laufzeit.

AUFGABE 3 (6 Punkte)**:**
Gegeben sind n Jobs $j_1, \ldots, j_n$, die alle auf einem Prozessor ausgeführt werden sollen. Jeder der Jobs benötigt genau eine Zeiteinheit, um auf dem Prozessor ausgeführt zu werden. Zu jedem Job j_i gibt es noch eine Deadline d_i und eine Belohnung b_i. Ist Job j_i spätestens zur Deadline d_i erledigt, wird die Belohnung b_i ausgezahlt. Wird der Job j_i später als zur Deadline d_i erledigt, so wird keine Belohnung ausgezahlt. Gesucht ist eine Reihenfolge, in der die Jobs abgearbeitet werden, die die gesamte ausbezahlte Belohnung maximiert. Entwerfen Sie einen gierigen Algorithmus, der dieses Problem löst und zeigen Sie seine Korrektheit.

AUFGABE 4 (4 Punkte)**:**
Für einen ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ definieren wir das Paar $A_G = (S_G, \mathcal{I})$ folgendermaßen

1. $S_G = E$
2. $T \subseteq E$ liegt in $\mathcal{I}$ genau dann, wenn der Graph $G_T = (V, T)$ azyklisch ist.

Zeigen Sie, dass für jeden Graph G das so definierte Paar $A_G = (S_G, \mathcal{I}_G)$ ein Matroid ist.