Bernhard Dietrich

Datenstrukturen und Algorithmen: Blatt 12

Bernhard Dietrich (6256800)
Lars Fernhomberg (6256030)
Sebastian Kniesburges (6257120)
Marcus Köthenbürger (6258550)

Übungsgruppe 11
Mittwoch, 11:00-13:00 Uhr in D1.303
Matthias Ernst

Aufgabe	1	2	3	4	Σ	Korrektor
Punkte						
von	4	4	6	4	18	

Aufgabe 1

Sei (u,v) in einem minimalen Spannbaum T des gewichteten Graphen $(G,w), G=(V,E)$ enthalten. Zeigen Sie, dass es dann einen Schnitt $(S,V-S)$ von G gibt, sodass (u,v) eine leichte Kante des Schnitts $(S,V-S)$ ist.

Angenommen (u,v) sei keine leichte Kante, dann existiert eine Kante (y,z) mit $w(y,z) < w(u,v)$.

Sei $(y,z) \in T$, dann wähle $(u,v) = (y,z)$. Das neue (u,v) ist dann leichte Kante bzgl. des Schnittes.

Sei $(y,z) \notin T$, dann ist T kein minimaler Spannbaum, da durch weglassen von (u,v) und hinzufügen von (y,z) ein Spannbaum mit geringerem Gewicht als T entsteht.

Dann muss die leichte Kante (u,v) also aus dem minimalen Stammbaum T entstammen.

Aufgabe 2

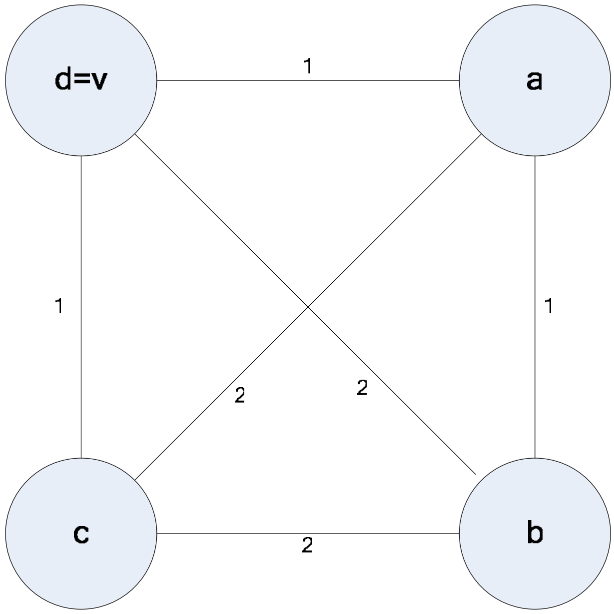
Alle Gewichte des ungerichteten Graphen (G,w) seinen positiv. Sei H ein Teilgraph von G mit den folgenden Eigenschaften:

a) H ist ein zusammenhängender Graph auf den Knoten von G.
b) Unter allen Teilgraphen von G, die Eigenschaft a) erfüllen, besitzt H minimales Gewicht.

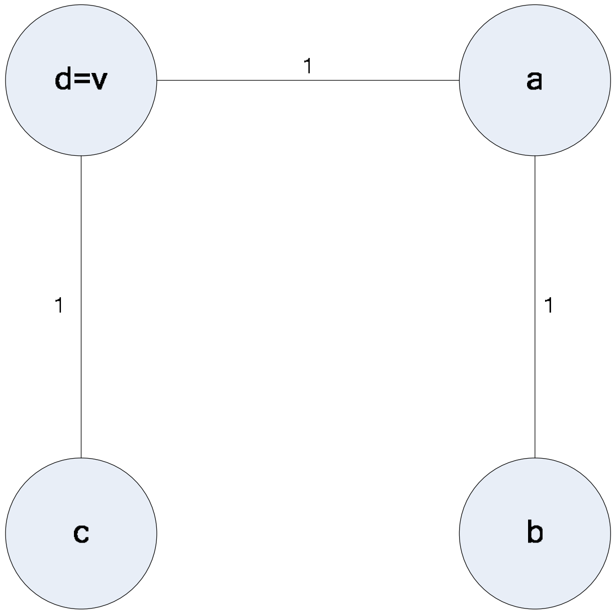
Zeigen Sie, dass H ein Spannbaum von G ist.
Aus Eigenschaft a) folgt, dass H alle Knoten des Graphen enthält. Aus b) folgt, dass der Graph keine Kreise enthält, da das Vorhandensein dieser bedeuten würde, dass es „überflüssige" Kanten gibt, welche weggelassen werden können, was das Gewicht des Graphen reduzieren würde. Dies würde aber bedeuten, dass der Kreishaltige Graph kein minimales Gewicht enthält. Da der Graph kreisfrei ist, aber alle Knoten von G enthält, muss H ein Spannbaum sein.

Aufgabe 3

Konstruieren Sie einen gewichteten, ungerichteten Graphen (G, w) mit 4 Knoten, sodass es in diesem Graphen einen Knoten v mit der folgenden Eigenschaft gibt: *Unabhängig von der Ordnung der Knoten in der Adjazenzlistendarstellung von G liefert weder eine Breiten- noch eine Tiefensuche von G gestartet im Knoten v einen minimalen Spannbaum von (G, w).*



Der folgende Graph beschreibt den minimalen Spannbaum, welcher weder durch Breiten-, noch durch Tiefensuche geliefert wird.



Aufgabe 4

Der Algorithmus von Prim enthalte den gewichteten Graphen (G, w) aus Abbildung 1 zusammen mit dem Knoten a als Eingabe. Wie sieht der Spannbaum aus, den der Algorithmus von Prim dann berechnet und in welcher Reihenfolge werden die Kanten dem Spannbaum hinzugefügt?