Dr. Theo Lettmann

Paderborn, den 23. Januar 2004
Abgabe 2. Februar 2004

Übungen zur Vorlesung
Modellierung
WS 2003/2004
Blatt 13 Musterlösungen

AUFGABE 88 :
Gegeben sei ein S/T-Netz $N = (S, T, F, k, w, M_0)$ mit
$S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$, $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$,
$F = \{(s_1, t_1), (s_2, t_4), (s_2, t_3), (s_3, t_2), (s_4, t_3), (t_1, s_2), (t_2, s_2), (t_3, s_1), (t_4, s_3), (t_4, s_4)\}$,
$k(s_1) = 2, k(s_2) = 4, k(s_3) = 4, k(s_4) = 4, w(s_1, t_1) = 2, w(t_s, s_1) = 2$
$M_0(s_1) = 2, M_0(s_2) = 3, M_0(s_3) = 2, M_0(s_4) = 3$

a) Stellen Sie das Netz graphisch dar.

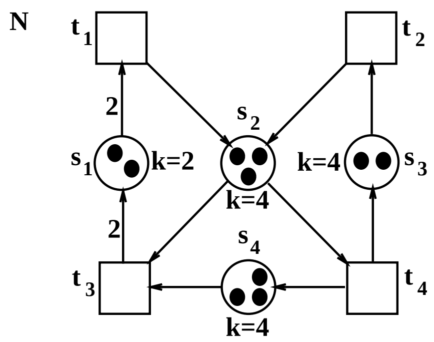
b) Bestimmen Sie die Vor- und Nachbereiche aller Knoten.

c) Welche Transitionen sind M_0-aktiviert werden, welche nicht? Begründen Sie kurz jede Antwort.

d) Bestimmen Sie Folgemarkierungen für die M_0-aktivierten Transitionen.

Lösung:

a)

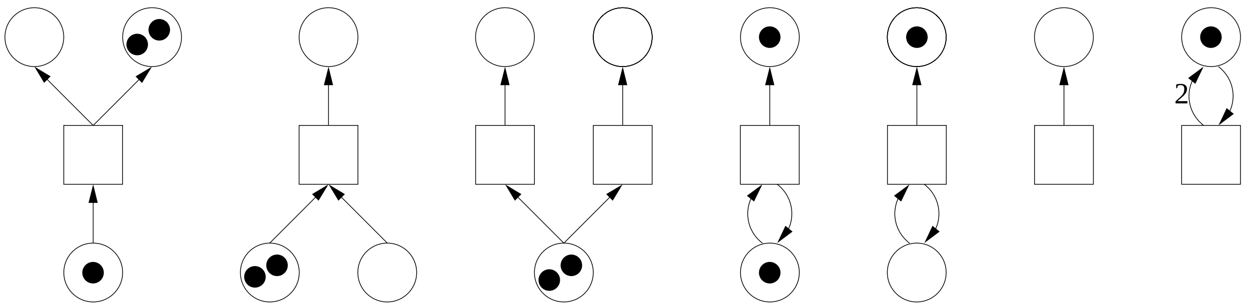


b) Vorbereiche:
$\bullet s_1 = \{t_3\}, \bullet s_2 = \{t_1, t_2\}, \bullet s_3 = \{t_4\}, \bullet s_4 = \{t_4\}$,
$\bullet t_1 = \{s_1\}, \bullet t_2 = \{s_3\}, \bullet t_3 = \{s_2, s_4\}, \bullet t_4 = \{t_2\}$,
Nachbereiche:
$s_1\bullet = \{t_1\}, s_2\bullet = \{t_3, t_4\}, s_3\bullet = \{t_2\}, s_4\bullet = \{t_3\}$,
$t_1\bullet = \{s_2\}, t_2\bullet = \{s_2\}, t_3\bullet = \{s_1\}, t_4\bullet = \{s_3, s_4\}$.

c) t_1 kann schalten, da s_3 eine Marke enthält und s_2 noch Platz für eine Marke hat. t_2 kann schalten, da s_1 zwei Marken enthält und s_2 noch Platz für eine Marke hat. t_3 kann nicht schalten, da sonst bei s_2 die Kapazität überschritten würde. t_4 kann schalten, da s_3 eine Marke enthält und s_2 und s_4 noch jeweils Platz für eine Marke haben.

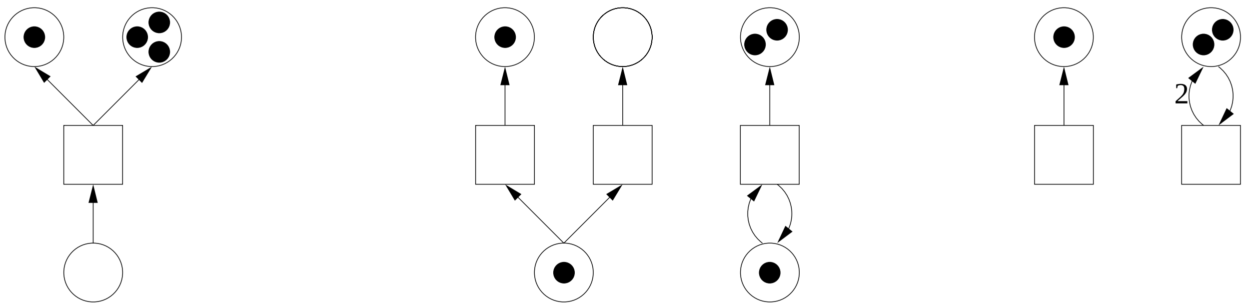
d) Es entstehen folgende Folgemarkierungen aus M_0 bei Feuern von t_1: $M_1 = (0, 4, 2, 3)$
t_2: $M_2 = (2, 4, 1, 3)$
t_4: $M_4 = (2, 2, 3, 4)$

KORREKTURAUFGABE 89 (4 Punkte) **:**
Welche der Transitionen in den nachfolgenden Netzen sind unter den jeweiligen Markierungen aktiviert? Geben Sie jeweils die Menge der erreichbaren Markierungen an. Begründen Sie zusätzlich, warum eine Transition bei der gegebenen Markierung nicht aktiviert ist.



(a) (b) (c) (d) (e) (f) (g)

Lösung:



(a) (b) (c) (d) (e) (f) (g)

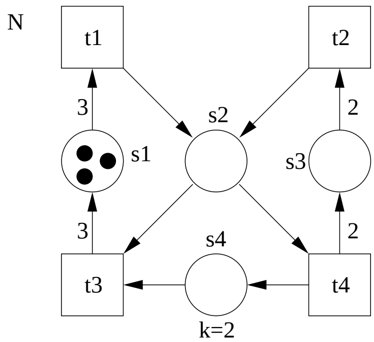
Die Petrinetze (b) und (e) können nicht schalten, da der jeweilige Vorbereich nicht genügend Marken enthält. Die Transition in (a) schaltet genau einmal und fügt zu den beiden oberen Stellen je eine Marke hinzu. In (c) kann jede der beiden Transitionen schalten. In (d) kann die Transition beliebig oft schalten und füllt dabei die obere Stelle mit Marken. Die Transition in (f) kann man als äußeres Ereignis auffassen, da sie keine eingehenden Kanten besitzt; sie kann beliebig oft schalten. Im Petrinetz (g) erhöht sich die Anzahl der Marken in jedem Schritt um 1.
Die Mengen der erreichbaren Markierungen sind für a) $\{(0, 2, 1), (1, 3, 0)\}$,
für c) $\{(0, 0, 2), (1, 0, 1), (0, 1, 1), (2, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 2, 1)\}$, für d) $\{(i, 1) \mid i \geq 1, i \in \mathbb{N}\}$,
für e) $\{(i) \mid i \in \mathbb{N}\}$, für f) $\{(i) \mid i \geq 1, i \in \mathbb{N}\}$. Stellen jeweils von links nach rechts und von oben nach unten durchnumeriert.

AUFGABE 90 :

a) Bestimmen Sie zu folgendem S/T-Netz die Menge $[M_0\rangle$ aller ereichbaren Markierungen und konstruieren Sie daraus einen Markierungsgraphen.

b) Über welche der folgenden Eigenschaften verfügt das S/T-Netz: strikt konservativ, 2-beschränkt, lebendig? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Bestimmen Sie die Inzidenzmatrix. Können Sie eine Gewichtsfunktion g angeben, so dass das Netz konservativ ist bzgl. g?



Lösung:

a) Die Menge $[M_0\rangle$ aller ereichbaren Markierungen ist in der nachfolgenden Tabelle enthalten, aus der sich der Markierungsgraph konsturieren lässt, indem von der Markierung in einer Zeile Kanten zu den in der letzen Spalte gegebenen Folgemarkierungen erstellt werden.

$Nr.$	s_1	s_2	s_3	s_4	$Schaltung$
M_0	3	0	0	0	$t_1 \rightarrow M_1$
M_1	0	1	0	0	$t_4 \rightarrow M_2$
M_2	0	0	2	1	$t_2 \rightarrow M_3$
M_3	0	1	0	1	$t_3 \rightarrow M_0$ $t_4 \rightarrow M_4$
M_4	0	0	2	2	$t_2 \rightarrow M_5$
M_5	0	1	0	2	$t_3 \rightarrow M_6$
M_6	3	0	0	1	$t_1 \rightarrow M_3$

b) Das Netz ist nicht strikt konservativ, da bereits durch das Schalten von t_1 in der Anfangsmarkierung M_0 die Gesamtzahl der Marken von 3 auf 1 gesenkt wird.

Ebenso kann das Netz auch nicht 2-beschränkt sein, da sich im Anfangszustand bereits 3 Marken auf s_1 befinden. Aus b) lässt sich jedoch schließen, dass N_1 3-beschränkt sein muss.

Das Netz ist lebendig, da jede Transition in der Folge einer jeden Markierung zum Schalten gebracht werden kann.

c) Als Inzidenzmatrix erhalten wir:

$$N_1 = \begin{pmatrix} -3 & 0 & +3 & 0 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & +2 \\ 0 & 0 & -1 & +1 \end{pmatrix}$$

Z. B. die Gewichtsfunktion $g = (2, 6, 3, 0)$ leistet das Gewünschte. Für alle erreichbaren Markierungen gilt

$$\sum_{s \in S} M(s) \cdot g(s) = \sum_{s \in S} M_0(s) \cdot g(s)$$

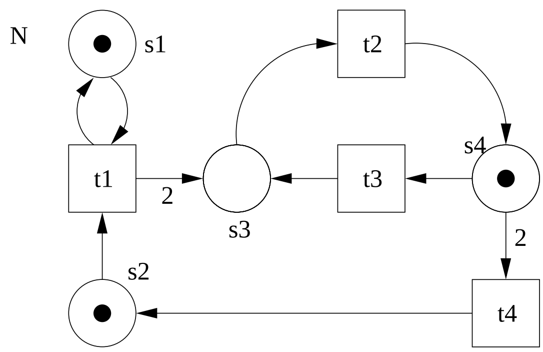
Also ist das Netz konservativ bzgl. dieser Gewichtsfunktion.

KORREKTURAUFGABE 91 (6 Punkte) **:**

a) Bestimmen Sie zu folgendem S/T-Netz N die Menge $[M_0 >$ aller ereichbaren Markierungen und konstruieren Sie daraus einen Markierungsgraphen.

b) Über welche der folgenden Eigenschaften verfügt das S/T-Netz: strikt konservativ, 2-beschränkt, lebendig? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Bestimmen Sie die Inzidenzmatrix. Können Sie eine Gewichtsfunktion g angeben, so dass das Netz konservativ ist bzgl. g?



Lösung:

(a) Die Menge $[M_0\rangle$ aller ereichbaren Markierungen ist in der nachfolgenden Tabelle enthalten, aus der sich der Markierungsgraph konsturieren lässt, indem von der Markierung in einer Zeile Kanten zu den in der letzen Spalte gegebenen Folgemarkierungen erstellt werden.

$Nr.$	s_1	s_2	s_3	s_4	$Schaltung$
M_0	1	1	0	1	$t_1 \to M_1$ $t_3 \to M_4$
M_1	1	0	2	1	$t_2 \to M_2$ $t_3 \to M_5$
M_2	1	0	1	2	$t_2 \to M_3$ $t_3 \to M_1$ $t_4 \to M_4$
M_3	1	0	0	3	$t_3 \to M_2$ $t_4 \to M_0$
M_4	1	1	1	0	$t_1 \to M_5$ $t_2 \to M_0$
M_5	1	0	3	0	$t_2 \to M_1$

b) Das Netz ist nicht strikt konservativ, da es insgesamt entweder 2 oder 3 Marken enthält. Daraus ergibt sich auch, dass es nicht 2-, sondern 3-beschränkt ist.

Das Netz ist lebendig, da jede Transition in der Folge einer jeden Markierung zum Schalten gebracht werden kann.

c) Als Inzidenzmatrix erhalten wir:

$$N_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & +1 \\ +2 & -1 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

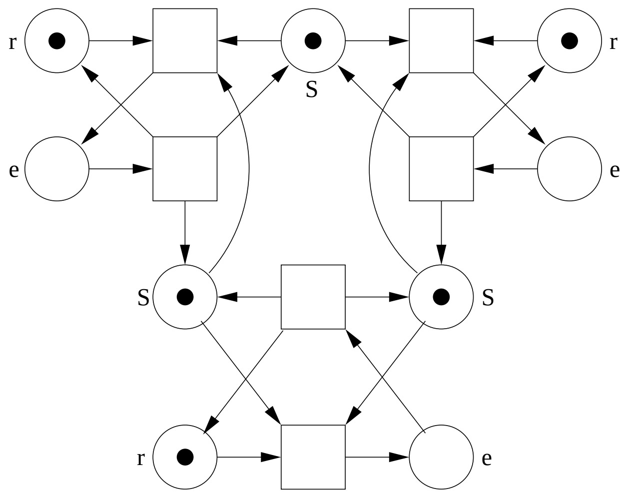
Z. B. die Gewichtsfunktion $g = (0, 2, 1, 1)$ leistet das Gewünschte. Für alle erreichbaren Markierungen gilt

$$\sum_{s \in S} M(s) \cdot g(s) = \sum_{s \in S} M_0(s) \cdot g(s)$$

AUFGABE 92 :

3 Studenten sitzen beim Chinesen um einen einen runden gedeckten Tisch. Jeder beschäftigt sich abwechselnd entweder mit Reden oder Essen. Zum Essen benötigt jeder von ihnen 2 Stäbchen, wobei zwischen je zwei Tellern immer genau ein Stäbchen liegt, insgesamt also 3 Stäbchen, die sie sich teilen müssen. Wenn ein Student Hunger verspürt, versucht er, die beiden neben seinem Teller liegenden Stäbchen zu bekommen, um damit zu essen. Wenn er satt ist, legt er sie zurück und beginnt wieder zu reden.
Modellieren sie dieses Problem als Petri-Netz.

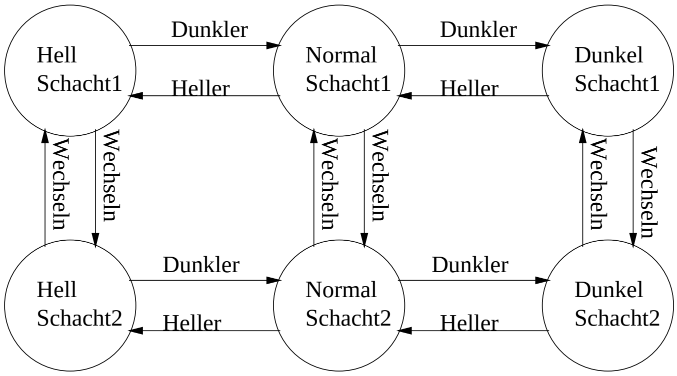
Lösung:



S=Stäbchen, e=essen, r=reden

AUFGABE 93 :
Gegeben ist das folgende Kopiersystem: Die Helligkeit der Kopie läßt sich mittels der Knöpfe *HELLER* und *DUNKLER* einstellen. Mögliche Abstufungen sind: *hell*, *normal* und *dunkel*. Bei der Papierversorgung kann man mit Hilfe des Knopfes *WECHSELN* zwischen Schacht1 und Schacht2 hin- und herschalten.
Modellieren Sie dieses Kopiersystem als endlichen Automaten und als S/T-Netz.
(Hinweis: Benutzen Sie zwei nebeneinander stehende unabhängige S/T-Netze.)

Lösung:
Für den Automaten verwenden wir die Tastendrucke als Inputzeichen und die Kombinationen aus *hell*, *normal* und *dunkel* mit Schacht1 und Schacht2 als Zustände.



Für das S/T-Netz verwenden wir Transitionen mit leeren Vorbereichen, um die Tastendrücke als Inputs in das System zu bringen. Wie man feststellen kann, reagiert das so modellierte System zu jedem Zeitpunkt auf die Tastendrücke. Will man dieses Verhalten z.B. während eines Kopiervorganges unterbinden, sind zusätzliche Vorkehrungen zu treffen.