

**Korrekturaufgabe 58**

```

x := 0;
r := a;
while (r ≥ b) do
  r := r - b;
  x := x + 1;
end

```

- a) Bestimmen Sie zunächst, welche Funktion mit dem Programmstück berechnet wird. Das Programmstück berechnet die Division mit Rest für a durch b.
- b) Welche Kombination der folgenden sechs Teilaussagen eignet sich als Invariante für die obige Schleife?
- |                |                        |
|----------------|------------------------|
| i) $r \leq 0$  | iv) $b = r \cdot x$    |
| ii) $r \geq 0$ | v) $a = x \cdot b + r$ |
| iii) $r = 0$   | vi) $a = x + r$        |
- Die Invariante besteht aus den Teilaussagen ii und v.

- c) Verifizieren Sie das Programmstück mit der von Ihnen bestimmten Invarianten. Geben Sie dabei einzelne Zwischenschritte an.

$$\{a, b \in \mathbb{N}_0, b > 0\}$$

$$\rightarrow \{a, b \in \mathbb{N}_0, b > 0, 0 = 0\}$$

x := 0;

$$\{a, b \in \mathbb{N}_0, b > 0, x = 0\}$$

$$\rightarrow \{a, b \in \mathbb{N}_0, b > 0, x = 0, a = a\}$$

r := a;

$$\{a, b \in \mathbb{N}_0, b > 0, x = 0, r = a\}$$

Invariante

$$\rightarrow \{r \geq 0, a = x \cdot b + r\}$$

while (r ≥ b) do

$$\{r \geq 0, a = x \cdot b + r, r \geq b\}$$

$$\rightarrow \{r - b \geq -b, a - b = x \cdot b + r - b, r - b \geq b - b\}$$

r := r - b;

$$\{r \geq -b, a - b = x \cdot b + r, r \geq 0, \}$$

$$\rightarrow \{r \geq -b, a - b + b = x \cdot b + b + r, r \geq 0\}$$

$$\rightarrow \{r \geq -b, a = (x + 1) \cdot b + r, r \geq 0\}$$

x := x + 1;

$$\{r \geq -b, a = x \cdot b + r, r \geq 0, \}$$

$$\rightarrow \{a = x \cdot b + r, r \geq 0\}$$

end

$$\{a = x \cdot b + r, r \geq 0, r < b\}$$

$$\rightarrow \{a = x \cdot b + r, r \geq 0\}$$