

Übungen zur Vorlesung  
**Modellierung**  
WS 2003/2004  
Blatt 8

**Vorbemerkung:**

Gehen Sie in den nachfolgenden Aufgaben davon aus, dass sämtliche Variablen ganzzahlig sind.

**AUFGABE 49 :**

Überprüfen Sie die folgenden Verifikationsschritte auf ihre Korrektheit, indem Sie Zwischenschritte einfügen.

(a)  $\{a = b^3\}$   
a := a - 3 \* b \* b + 3 \* b - 1;  
b := b - 1;  
 $\{a = b^3\}$

(b)  $\{a \cdot b \geq 0\}$   
if (a > b) then begin  
  x := a - b;  
  b := b - a;  
  a := x;  
end  
else  
  a := b;  
 $\{a \cdot b < 0\}$

**AUFGABE 50 :**

Ermitteln Sie zu den folgenden Programmausschnitten jeweils die fehlende Vor- bzw. Nachbedingung. Geben Sie in ihrer Lösung alle Zwischenschritte an und notieren Sie die benutzte Regel.

(a)  $\{...\}$   
x := x + 3;  
y := x - 2 \* z;  
 $\{x > 3 \text{ und } 3y > x\}$

(b)  $\{a + 1 > 0\}$   
if (b < 0)  
  a := -4 \* b;  
else  
  a := 4 \* b;  
 $\{...\}$

**KORREKTURAUFGABE 51 (3 Punkte) :**

Verifizieren Sie den nachfolgenden Programmausschnitt. Was tut das Programm?

```

{a = x und b = y}
begin
  a := a - b;
  b := a + b;
  a := b - a;
end
{...}

```

**AUFGABE 52 :**

Gegeben sei das folgende Programm:

```

{n ≥ 0}
begin
  i := 0;
  x := 1;
  while (i < n) do begin
    i := i + 1;
    x := i * x
  end
end
{...}

```

- Bestimmen Sie, was das Programm berechnet und leiten Sie daraus eine Spezifikation ab.
- Vervollständigen Sie das Programm um die einzelnen Verifikationsschritte. Dabei sei eine mögliche Invariante durch  $\{x = i! \text{ und } i \leq n\}$  gegeben.
- Zeigen Sie, dass es sich bei  $\{x = n!\}$  um keine Invariante für die Schleife handelt.
- Begründen Sie, warum  $\{true\}$  und  $\{false\}$  keine guten Invarianten für die Schleife darstellen.

**AUFGABE 53 :**

Gegeben sei das folgende Programm:

```

{n ≥ 0}
begin
  i := 0;
  x := 0
  while (i < n) do begin
    i := i + 1;
    x := x + i
  end
end
{x =  $\sum_{i=0}^n i$ }

```

- (a) Vervollständigen Sie das Programm um die einzelnen Verifikationsschritte. Wählen Sie dazu eine Kombination aus zwei der folgenden möglichen Invarianten:

$$I_1 = \{n \geq i\}, I_2 = \{2x = i^2\}, I_3 = \{x = \frac{i(i+1)}{2}\}, I_4 = \{i \geq n\}.$$

- (b) Zeigen Sie, dass das Programm terminiert.

#### KORREKTURAUFGABE 54 (7 Punkte) :

Gegeben sei das folgende Programm:

```
{n ≥ 0}
begin
  i := 0;
  x := 0;
  while (i < n) do begin
    x := x + 2 * i + 1;
    i := i + 1
  end
end
{...}
```

- (a) Nachfolgend sind 5 Invarianten angegeben. Untersuchen Sie, welche davon sich auf die Schleife in obigem Programm anwenden lassen. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

$$I_1 = \{i > n\}, I_2 = \{i < 0\}, I_3 = \{x = i^2\}, I_4 = \{x = 2ni\}, I_5 = \{i \leq n\}$$

(Tipp: Überlegen Sie sich, was das Programm berechnet.)

- (b) Verifizieren Sie das Programm mit den von Ihnen gefundenen Invarianten. Geben Sie die dazu von Ihnen benutzten Regeln an.
- (c) Zeigen Sie, dass das Programm terminiert.

#### AUFGABE 55 :

Überprüfen Sie, ob die folgenden Programmausschnitte terminieren.

- (a) while i > 0 do begin  
     x := x - 1;  
     if (i > 0) then  
         i := x;  
     end

- (b) while (c ≥ 0) do begin  
     x := c;  
     if (x = 0) then  
         c := c - x;  
     else  
         c := c + x;  
     end