

Übungen zur Vorlesung

Modellierung

WS 2003/2004

Blatt 7

KORREKTURAUFGABE 44 :

Bilden Sie zu den folgenden prädikatenlogischen Formeln eine zugehörige pränex Normalform.

a) $\alpha = \exists x(P(x) \vee \forall yZ(y, x)) \wedge \exists x(H(x) \vee \neg \exists zF(z, y, x))$

b) $\beta = \exists x(A(x) \wedge (\forall xB(x) \vee \forall yC(x))) \rightarrow (\exists yD(y) \wedge \neg \forall yE(y))$

c) $\gamma = \exists w(\exists y(P(x) \rightarrow \forall v(\neg \exists x(H(x, y) \vee \exists z(F(z, y, x)))))) \rightarrow D(v)$

d) $\delta = \exists x(\neg A(x) \rightarrow (\forall xB(x) \wedge \forall xC(x))) \wedge \neg(\forall y\neg D(x) \vee \neg E(y))$

AUFGABE 45 :Zeigen Sie, dass folgende Formelpaare jeweils nicht logisch äquivalent sind. Wählen Sie für P und Q möglichst einfache Interpretationen und möglichst einfache Grundbereiche.

a) $\forall x\exists yP(x, y)$ und $\exists y\forall x(P(x, y))$

b) $\forall x(P(x) \vee \neg Q(x))$ und $(\forall xP(x)) \vee (\forall x\neg Q(x))$

c) $\exists xP(x) \leftrightarrow \exists xQ(x)$ und $\exists x(P(x) \leftrightarrow Q(x))$

AUFGABE 46 :

Überprüfen Sie die Korrektheit der folgenden Äquivalenzen mit Hilfe der Quantorenregeln. Benennen Sie jeweils ALLE nötigen Regeln.

a) $\forall xP(x) \wedge \exists xQ(x) \approx \forall x\exists x_1(P(x) \wedge Q(x_1))$

b) $\exists xQ(x) \wedge \forall yP(z) \wedge \forall yP(y) \approx \exists x\forall y(Q(x) \wedge P(z) \wedge P(y))$

c) $\exists x\forall z(\neg P(x) \vee \exists yQ(y)) \approx \exists x\neg \forall y(P(x) \wedge \neg Q(y))$

d) $\forall x(P(x) \wedge \neg(\exists yQ(y) \wedge P(y))) \approx \forall x\forall z(P(x) \wedge \neg(Q(z) \wedge P(y)))$

AUFGABE 47 :

Entwerfen Sie mit wenigen Befehlen einen Algorithmus, der bei Eingabe von zwei ganzen Zahlen a und b den Rest der ganzzahligen Division berechnet. Benutzen Sie hierzu die in der Vorlesung vorgestellte einfache Programmiersprache.

Vorbedingung : $\{a, b \in \mathbb{N} \wedge a \geq 0 \wedge b > 0\}$

Nachbedingung : $\{c = a \bmod b\}$

AUFGABE 48 :

Wenden Sie bei den folgenden Verifikationen die Zuweisungsregel und die Abschwächungsregeln an und bestimmen Sie so die Nach- bzw. Vorbedingungen.

a) $\{2 < b\}$

$$a := b;$$

$$\{\dots\}$$

b) $\{a = c + 2\} \rightarrow \{\dots\}$

$$b := a - 2;$$

$$\{\dots\}$$

c) $\{\dots\}$

$$a := a - 2;$$

$$\{2 > a - 2\}$$

d) $\{a < b\} \rightarrow \{\dots\}$

$$c := b - 2;$$

$$\{\dots\}$$

e) $\{a = b^2\} \rightarrow \{\dots\}$

$$a := a + 2b + 1;$$

$$\{a = b^2 + 2b + 1\}$$

$$b := b + 1;$$

$$\{\dots\}$$

h) $\{\dots\}$

$$a := a - b;$$

$$\{a \geq 2\}$$

g) $\left\{ a = \sum_{i=1}^b i \right\} \rightarrow \{\dots\}$

$$a := a + b + 1;$$

$$\{\dots\}$$