

Übungen zur Vorlesung
Modellierung
WS 2003/2004
Blatt 6

AUFGABE 38 :

Es seien folgende Prädikate gegeben:

- $Person(x)$ bedeutet, dass x eine Person ist.
- $Bar(x)$ bedeutet, dass x sich in der Bar befindet.
- $bestellt(x, y)$ bedeutet, dass x y bestellt.
- $Karte(x)$ bedeutet, dass x auf der Speise- / Getränkekarte steht.

Formalisieren Sie die folgenden umgangssprachlichen Aussagen mit Hilfe prädikatenlogischer Formeln:

- Nicht alle Personen befinden sich in der Bar.
- Jeder Gast bestellt einen Mineralwasser.
- Manche Besucher bestellen alles, was in der Bar angeboten wird.
- Wenn in der Bar ein Mineralwasser und ein Bier angeboten werden, bestellt Stefan beide Getränke.

Bestimmen Sie zwei Formeln, die semantische Folgerungen Ihrer Formalisierung sind.

KORREKTURAUFGABE 39 (6 Punkte) :

Benutzen Sie folgende Prädikate, um die Behauptungen der nachstehenden Sätze prädikatenlogisch auszudrücken.

- $friday_{13}(x)$ bedeutet, dass das mit x bezeichnete Objekt ein Freitag der 13. ist.
- $accident(y)$ bedeutet, dass das mit y bezeichnete Objekt ein Unglück ist.
- $person(z)$ bedeutet, dass das mit z bezeichnete Objekt eine Person ist.
- $happens(x, y, z)$ bedeutet, dass am Tag x der Person z das Unglück y zustößt.

- An irgendeinem Freitag den 13. gibt es ein Unglück, das jemanden zustößt.
- An jedem Freitag den 13. gibt es kein Unglück, das niemandem zustößt.
- An keinem Freitag den 13. stoßen jemanden alle Unglücke zu.

KORREKTURAUFGABE 40 (4 Punkte) :

Betrachten Sie die folgenden prädikatenlogischen Formeln:

- a) $\forall x \exists y P(y, x, z)$
- b) $\exists y (P(y) \wedge \exists z (R(y, z)) \wedge Q(y))$
- c) $\forall x P(x) \rightarrow \forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x, y)$
- d) $\exists x (\exists y (\exists z (P(x, y) \wedge Q(x, y))))$

- Kennzeichnen Sie alle freien Vorkommen von Variablen (blau unterstrichen).
- Kennzeichnen Sie alle gebundenen Vorkommen von Variablen (grün unterstrichen).
- Zeichnen Sie eine Linienverbindung ausgehend von jeder gebundenen Variable bis zur Variable des bindenden Quantors.
- Zeichnen Sie jeweils einen Kantorowitsch-Baum.

Benutzen Sie keinen Rotstift!

AUFGABE 41 :

Jeder weiß: Nur alte Narren und Kinder sagen die Wahrheit.

Anna sagt: „Mark lügt.“

Mark sagt: „Lisa lügt.“

Lisa sagt: „Anna und Mark lügen.“

Was lässt sich über das Alter der drei Personen sagen?

- a) Formalisieren Sie diese drei Aussagen mit Hilfe der Aussagenlogik.
- b) Stellen Sie eine Wahrheitstafel auf, anhand der Sie überprüfen, ob es jemanden gibt, der lügt.
- c) Formalisieren Sie die drei Aussagen mit Hilfe der Prädikatenlogik.
- d) Wie würden Sie anhand der prädikatenlogischen Formalisierung überprüfen, ob eine der drei Personen lügt?

AUFGABE 42 :

Überprüfen Sie die Erfüllbarkeit der angegebenen prädikatenlogischen Formalen anhand der gegebenen Interpretationen mit der Menge der natürlichen Zahlen \mathbb{N} als Grundbereich.

a) Es sei $\mathfrak{S}(P) = \emptyset$ und $\mathfrak{S}(f) = id_{\mathbb{N}}$ (Identitätsfunktion) über \mathbb{N} .

$$\alpha = \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(f(x), f(y)))$$

b) Es sei $\mathfrak{S}(P) = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x < y\}$.

$$\beta = \forall x \neg P(x, x) \wedge \exists x \forall y P(x, y)$$

c) Es sei $\mathfrak{S}(P) = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x \leq y\}$.

$$\gamma = \forall x P(x, x) \wedge \forall x \forall y \forall z (P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z))$$

Ändern sich die Ergebnisse, wenn der Grundbereich auf die Menge $\{1, 2, \dots, 10\}$ beschränkt wird (Interpretation der Prädikate und Funktionen entsprechend angepasst)?

AUFGABE 43 :

Ergänzen Sie für die Formal

$$\alpha = \exists x \forall y (P(x, f(y)) \wedge \neg P(f(x), y))$$

die folgende nur teilweise gegebene Interpretation zu einer erfüllenden Interpretation \mathfrak{S} für α .

$$\text{Teilbewertung } \mathfrak{S}: \mathcal{U} = \{1, 2\}, f_{\mathcal{U}} : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}, f_{\mathcal{U}}(x) = \begin{cases} 2 & \text{falls } x = 1 \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Gibt es noch eine weitere erfüllende Bewertung dieser Art? Wie viele erfüllende Bewertungen dieser Art kann es maximal geben?