

**Korrekturaufgabe 5**

Tragen Sie in die Felder der nachfolgenden Tabelle ein, ob aus der Formel in der aktuellen Zeile die Formel in der aktuellen Spalte semantisch folgt. Verwenden Sie die Einträge

$\models$  für semantische Folgerung (Zeilenformel  $\models$  Spaltenformel)

$X$  für keine Folgerung (Zeilenformel  $\not\models$  Spaltenformel)

|                        | $Q \rightarrow \neg P$ | $P \vee \neg Q$ | $P \vee Q$ | $\neg(Q \wedge \neg Q)$ |
|------------------------|------------------------|-----------------|------------|-------------------------|
| $P$                    | $X$                    | $\models$       | $\models$  | $\models$               |
| $P \rightarrow \neg Q$ | $\models$              | $X$             | $X$        | $\models$               |
| $P \wedge \neg P$      | $\models$              | $\models$       | $\models$  | $\models$               |
| $P \wedge Q$           | $X$                    | $\models$       | $\models$  | $\models$               |
| $\neg(P \vee Q)$       | $\models$              | $\models$       | $X$        | $\models$               |

**Korrekturaufgabe 6**

Bringen Sie die folgenden aussagelogischen Formeln zuerst in Negationsnormalform, dann in konjunktive Normalform. Geben Sie Zwischenschritte bei der Umformung an und benennen Sie die angewandten Umformungsgesetze. Kennzeichnen Sie die NNF und KNF.

a)  $\alpha = \neg((A \rightarrow (B \wedge \neg C)) \rightarrow \neg(\neg A \vee (B \wedge C)))$

Junktoren  
 $= \neg((\neg A \vee (B \wedge \neg C)) \rightarrow \neg(\neg A \vee (B \wedge C)))$

Junktoren  
 $= \neg(\neg(\neg A \vee (B \wedge \neg C)) \vee \neg(\neg A \vee (B \wedge C)))$

De Morgan  
 $= ((\neg A \vee (B \wedge \neg C)) \wedge (\neg A \vee (B \wedge C)))$  NNF

Distributiv  
 $= (((\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C)) \wedge ((\neg A \vee B) \wedge (\neg A \wedge C)))$

Bindungsreihenfolge  
 $= (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \wedge C)$  KNF

b)  $\beta = (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$

Junktoren

$$= (A \wedge B \vee \neg A \wedge \neg B) \leftrightarrow C$$

Junktoren

$$= (A \wedge B \vee \neg A \wedge \neg B) \wedge C \vee \neg (A \wedge B \vee \neg A \wedge \neg B) \wedge \neg C$$

De Morgan

$$= (A \wedge B \vee \neg A \wedge \neg B) \wedge C \vee (\neg(A \wedge B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B)) \wedge \neg C$$

De Morgan

$$= \underline{(A \wedge B \vee \neg A \wedge \neg B) \wedge C \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)) \wedge \neg C} \quad \text{NNF}$$

Distributiv

$$= ((A \vee \neg A \wedge \neg B) \wedge (B \vee \neg A \wedge \neg B)) \wedge C \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)) \wedge \neg C$$

Distributiv

$$= (((A \vee \neg A) \wedge (A \vee \neg B)) \wedge ((B \vee \neg A) \wedge (B \vee \neg B))) \wedge C \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)) \wedge \neg C$$

Tautologie

$$= ((A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg A)) \wedge C \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)) \wedge \neg C$$

Distributiv

$$= \left( \begin{array}{l} ((A \vee \neg B) \vee (((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)) \wedge \neg C)) \\ \wedge ((B \vee \neg A) \vee (((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)) \wedge \neg C)) \end{array} \right) \wedge (C \vee (((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)) \wedge \neg C))$$

Distributiv

$$= \left( \begin{array}{l} ((A \vee \neg B \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B))) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)) \\ \wedge ((B \vee \neg A \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B))) \wedge (B \vee \neg A \vee \neg C)) \end{array} \right) \wedge ((C \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B))) \wedge (C \vee \neg C))$$

Bindung

$$= (A \vee \neg B \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B))) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C) \\ \wedge (B \vee \neg A \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B))) \wedge (B \vee \neg A \vee \neg C) \\ \wedge (C \vee ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B))) \wedge (C \vee \neg C)$$

Distributiv

$$= (A \vee \neg B \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee \neg B \vee A \vee B) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg A \vee \neg A \vee \neg B) \\ \wedge (B \vee \neg A \vee A \vee B) \wedge (B \vee \neg A \vee \neg C) \wedge (C \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (C \vee A \vee B) \wedge (C \vee \neg C)$$

Tautologie

$$= (A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg A \vee \neg C) \wedge (C \vee \neg A \vee \neg B) \wedge (C \vee A \vee B)$$

Kommutativ

$$= \underline{(A \vee B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C)} \quad \text{KNF}$$

$$\begin{aligned}
\text{c)} \quad \gamma &= (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A) \\
&\stackrel{\text{Junktoren}}{=} (\neg A \vee B) \rightarrow ((\neg A \vee \neg B) \rightarrow \neg A) \\
&\stackrel{\text{Junktoren}}{=} \neg(\neg A \vee B) \vee (\neg(\neg A \vee \neg B) \vee \neg A) \\
&\stackrel{\text{De Morgan}}{=} \underline{(A \wedge \neg B) \vee ((A \wedge B) \vee \neg A)} \text{ NNF} \\
&\stackrel{\text{Distributiv}}{=} (A \wedge \neg B) \vee ((A \vee \neg A) \wedge (B \vee \neg A)) \\
&\stackrel{\text{Tautologie}}{=} (A \wedge \neg B) \vee (1 \wedge (B \vee \neg A)) \\
&\stackrel{\text{neutrales Element}}{=} (A \wedge \neg B) \vee (B \vee \neg A) \\
&\stackrel{\text{Distributiv}}{=} ((A \vee (B \vee \neg A)) \wedge (\neg B \vee (B \vee \neg A))) \\
&\stackrel{\text{Klammer entfernen}}{=} \underline{(A \vee B \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee B \vee \neg A)} \text{ KNF}
\end{aligned}$$