Dr. Theo Lettmann

Paderborn, den 31. Oktober 2003
Abgabe 10. November 2003

Übungen zur Vorlesung
Modellierung
WS 2003/2004
Blatt 3

AUFGABE 17 :
Gib an (und begründe!), welche der folgenden Eigenschaften die hier als Matrix dargestellten Relationen aufweisen und welche nicht: Reflexivität, Irreflexivität, Symmetrie, Asymmetrie, Konnexität, Alternativität, Rechtseindeutigkeit, Linkseindeutigkeit, Rechtstotalität, Linkstotalität.

a.)

R	1	2	3	4	5	6
1	+				+	
2		+				+
3	+		+			
4		+		+		
5			+		+	
6				+		+

b.)

R	1	2	3	4	5	6
1			+			
2				+		
3		+				
4	+					
5						+
6					+	

c.)

R	1	2	3	4	5	6
1		+				
2		+				
3		+				
4		+				
5		+				
6		+				

d.)

R	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3	+	+	+	+	+	+
4						
5						
6						

AUFGABE 18 :
Überprüfe, ob die folgenden Funktionen total, partiell, injektiv, surjektiv oder bijektiv sind (D ist der Definitionsbereich und B der Bildbereich):

a) Identitätsfunktion id_M

b) $f(x) = x^2$ mit $D = \mathbb{N}$ und $B = \mathbb{N}$

c) $f(x) = x^2$ mit $D = \mathbb{R}$ und $B = \mathbb{R}^+$

d) $f(x) = \sqrt{x}$ mit $D = \mathbb{R}$ und $B = \mathbb{R}^+$

AUFGABE 19 :
Anja, Franka, Franz und Martin gehen zum Burger King essen. Dort gibt es 8 Menus (Menu 1 bis Menu 8). Modelliere mögliche Bestellungen mittels Funktionen. Gehe dabei folgende Schritte durch:

a) Definiere die Mengen Personen und Essen und gib den Wertebereich von Funktionen an, die jedem ein Menu zuordnen. Bestimme die Kardinalitäten der Mengen.

b) Gib die Funktion an, die Anja Menu 3, Franka Menu 5, Franz Menu 2 und Martin Menu 7 zuweist.

c) Anja hat doch keinen Hunger. Erweitere das Modell so, dass es ihr (und jedem anderen) möglich ist, auch nichts zu bestellen.

d) Martin ist ganz besonders hungrig. Erweitere das Modell so, dass es ihm (und jedem anderen) möglich ist, mehrere Gerichte (auch gleiche) zu bestellen.

AUFGABE 20 :
Prüfe, ob mit der Signatur $\Sigma = (S, F)$ mit $S = (\mathbb{R}, \mathbb{N}, \text{BOOLEAN})$ und
$F = (\text{add} : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \text{div} : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \text{betrag} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \text{isGanzzahlig} : \mathbb{R} \to \text{BOOLEAN},$
$\text{shift} : \mathbb{R} \times \mathbb{N} \to \mathbb{R})$ die folgenden Terme korrekt sind.

a) $\text{isGanzzahlig}(\text{shift}(\text{add}(0.7, 8.6), 3), \text{betrag}(\text{add}(4, -7)))$

b) $\text{div}(\text{add}(9.6, 0.2), \text{shift}(\text{div}(3.6, 1.2), \text{add}(2, 4)))$

c) $\text{isGanzzahlig}(\text{add}(9.6, \text{div}(9.8, 6.2)))$

AUFGABE 21 :
Zeichne die Kantorowitsch-Bäume für folgende Terme und bestimme die Präfix- und die Postfixform:

a) $a * b + c * f(a, c * b + c)$

b) $f(a + d * c, c/(a + g(b + c)), b * c)$

c) $h(f(a + b), g(c + d))$

AUFGABE 22 :
Bestimme mit den Substitutionen $\sigma_1 = [x/f(z, y, x)]$, $\sigma_2 = [y/f(x, z, y)]$ und $\sigma_3 = [z/f(x, y, z)]$ die Ergebnisse der folgenden zusammengesetzten Substitutionen. Gib dabei auch die Gesamtsubstitution der hintereinander auszuführenden Einzelsubstitutionen an.

a) $f(x, y, z)\sigma_3\sigma_1\sigma_3$

b) $f(x, y, z)\sigma_1\sigma_3\sigma_2$

c) $f(x, y, z)\sigma_3\sigma_3\sigma_2$

KORREKTURAUFGABE 23 (10 Punkte) **:**
Gegeben seien die folgenden Axiome mit den Variablen x, y, z:

i) (x * z) + (y * z) = (x + y) * z

ii) f(x, y) = x * y

iii) z * f(x, y) = f(z + x, y)

Überprüfe, ob die folgenden Termgleichungen durch die korrekte Anwendung der Axiome auf den jeweils linken Term entstehen können. Hier bezeichnen a, b, c Konstanten und u, v, w Variablen. Falls ja, welche der Axiome müssen dann jeweils eingesetzt werden und welche Matching Substitution ist jeweils auf das Axiom anzuwenden?
Falls nein, zu welchen Termen kommt man mit maximal drei Axiomanwendungen auf den linken Term? Gib jeweils die Axiome an.

a) $(a * c) + (b * c) = a * b * c$

b) $(u * w) * f(v * w, u) = f((u + v) * w), u)$

c) $(v + w) * f(w, a) = f(u * w, a)$

d) $(u - v) * f(v + w, w) = (u + w) * w$

AUFGABE 24 :
Wie lautet der Term zu folgendem Kantorowitsch-Baum?