Korrekturaufgabe 4:

Das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ sei gegeben.

a) Induktive Definition für die Menge Σ^* aller Zeichenreihen über dem Alphabet Σ:
- Für jeden Buchstaben $s \in \Sigma$ ist s eine Zeichenkette über Σ.
- Wenn w eine Zeichenkette ist, dann ist auch sw eine Zeichenkette, wobei $s \in \Sigma$.
- Nur so gebildete Zeichenketten sind Zeichenketten der Menge Σ^* über Σ.

b) Induktive Definition für die Menge $M_{\geq 2}$ aller Zeichenreihen über dem Alphabet Σ, die mindestens zwei Buchstaben lang sind:
- Für jede zwei Buchstaben $s_1, s_2 \in \Sigma$ ist $s_1 s_2$ eine Zeichenkette über Σ.
- Wenn w eine Zeichenkette ist, dann ist auch sw eine Zeichenkette, wobei $s \in \Sigma$.
- Nur so gebildete Zeichenketten sind Zeichenketten der Menge $M_{\geq 2}$ über Σ.

c) Induktive Definition für die Menge M_{dub} aller Zeichenreihen über dem Alphabet Σ, in denen immer zwei gleiche Buchstaben aufeinander folgen, z.B. $aabb$
- Für jeden Buchstaben $s \in \Sigma$ ist ss eine Zeichenkette über Σ.
- Wenn w eine Zeichenkette ist, dann ist auch ssw eine Zeichenkette, wobei $s \in \Sigma$.
- Nur so gebildete Zeichenketten sind Zeichenketten der Menge M_{dub} über Σ.

d) Wenn eine Zeichenreihe eine gerade Länge hat, muss die Länge ohne Rest durch 2 teilbar sein, also zeigen wir $|w| \bmod 2 = 0$ für alle $w \in \Sigma^*$ mit Hilfe der vollständigen Induktion.

<u>I.A.</u> Die Länge einer gültigen Zeichenkette w ist $|w| = 2$, also gilt $|w| \bmod 2 = 0$

<u>I.V.</u> Die Behauptung gelte für eine beliebige, feste Zeichenkette w

<u>I.S.</u> Dann gilt für die Zeichenkette ssw mit $s \in \Sigma$

$$\begin{aligned} |ssw| \bmod 2 &= |ss| \bmod 2 + |w| \bmod 2 \\ &= 0 + |w| \bmod 2 \\ &= 0 + 0 \ (gemäß\ I.V.) \\ &= 0 \end{aligned}$$