

**Aufgabe 1.1**

- (i) **Wenn man einen Regenbogen sieht, dann regnet es.**  
 (1) Wenn man davon ausgeht, dass man einen Regenbogen z.B. auch mit einem Gartenschlauch erzeugen kann, ist diese Aussage **falsch**, außerdem ist die Aussage ‚regnet es‘, zu allgemein, da es irgendwo auf der Welt wahrscheinlich immer regnet. In diesem Fall wäre die Aussage immer **wahr**.  
 (2) Wenn Regenbogen, dann Regen.  
 (3)  $\neg$  Regenbogen  $\vee$  Regen  
 (4) Regenbogen und nicht Regen
- (ii) **Bei Regen sieht man einen Regenbogen**  
 (1) Diese Aussage ist **falsch**, wenn es regnet, aber man keinen Regenbogen sieht, ansonsten **wahr**.  
 (2) Wenn Regen, dann Regenbogen  
 (3)  $\neg$  Regen  $\vee$  Regenbogen  
 (4) Regen und nicht Regenbogen
- (iii) **Wenn es nicht regnet, sieht man keinen Regenbogen.**  
 (1) Die Aussage ist **wahr**, wenn man davon ausgeht, dass nur durch Regen ein Regenbogen verursacht werden kann. Zählt man z.B. Wasser aus einem Gartenschlauch nicht als Regen, ist die aussage **falsch**.  
 (2) Wenn nicht Regen, dann nicht Regenbogen  
 (3) Regen  $\vee$   $\neg$  Regenbogen  
 (4) nicht Regen und Regenbogen
- (iv) **Blaue Veilchen sind genauso rot wie jede grüne Rose.**  
 (1) **falsch**  
 (2) Blaue Veilchen sind rot und grüne Rosen sind rot  
 (3) Blaue Veilchen sind rot  $\wedge$  grüne Rosen sind rot  
 (4) Blaue Veilchen sind nicht rot oder grüne Rosen sind nicht rot
- (v) **Dunkel war's der Mond schien helle.**  
 (1) **falsch**, wenn man davon ausgeht, dass es gleichzeitig nicht hell und dunkel sein kann. Man könnte ‚dunkel‘ aber auch z.B. als den Zustand des schwarzen Himmels interpretieren auf dem an einer Stelle als heller Fleck der Mond zu sehen ist, dann wäre die aussage **wahr**, wenn dieser Zustand eintritt (bzw. da die Aussage im Präteritum formuliert ist, wenn dieser Zustand zum Zeitpunkt auf den sich die Aussage bezieht bestand.)  
 (2) Es war dunkel und der Mond schien hell.  
 (3) Dunkel  $\wedge$  Hell  
 (4) nicht dunkel oder nicht hell
- (vi) **Aus, wenn Hunde Katzen fressen, dann fressen Katzen Mäuse, ergibt sich, dass Mäuse Hunde jagen.**  
 (1) **falsch**  
 (2) Wenn (Wenn Hunde Katzen fressen, dann fressen Katzen Mäuse), dann jagen Mäuse Hunde  
 (3) Hunde fressen Katzen  $\wedge$   $\neg$ Katzen fressen Mäuse  $\vee$  Mäuse jagen Hunde  
 (4) Hunde fressen Katzen nicht oder Katzen fressen Mäuse und Mäuse jagen Hunde nicht
- (vii) **Angenommen Hunde fressen Katzen, folglich: wenn Katzen Mäuse fressen, jagen Mäuse Hunde.**  
 (1) **wahr** (wenn Hunde wirklich Katzen fressen, **falsch**)  
 (2) Wenn Hunde Katzen fressen, dann (Wenn Katzen Mäuse fressen, dann jagen Mäuse Hunde)  
 (3)  $\neg$ Hunde fressen Katzen  $\vee$   $\neg$ Katzen Fressen Mäuse  $\vee$  Mäuse jagend Hunde  
 (4) Hunde fressen Katzen und Katzen Fressen Mäuse und Mäuse jagend Hunde nicht
- (viii) **Dieser Satz ist nicht wahr.**  
 (1) logisch **falsch**; inhaltlich betrachtet ist diese Aussage jedoch paradox  
 (2) Nicht Wahr  
 (3)  $\neg$  Wahr  
 (4) Dieser Satz ist wahr.

**Welchen Unterschied siehst Du zwischen den Aussagen (A) und (B)?**

Mathematisch/logisch betrachtet besteht kein Unterschied, im gewöhnlichen Sprachgebrauch ist folgendes denkbar:

1. Lola kann durchaus beide Gegenstände dabei haben, um über den Zoll zu gehen (braucht aber nur einen vorzuzeigen). Bertram könnte auch mit beiden Personen in die Disco gehen, allerdings würde das wohl seiner Frau nicht gefallen und daher geht man hier eher von einem exklusiv gemeinten oder (XOR) aus.
2. Der zweite Satz könnte auch bedeuten, dass derjenige, der diese Aussage von sich gibt nicht genau weiß, ob die Person mit der Bertram in die Disko geht seine Frau oder seine Freundin ist.

**Hinweise zur Schreibweise:**

Zur besseren Lesbarkeit gelten folgende Vereinbarungen:

$\neg a$  wird geschrieben als  $\bar{a}$  und  $a \wedge b$  wird geschrieben als  $ab$

Außerdem gilt für Wahrheitswerte:  $0 \hat{=} f$  und  $1 \hat{=} w$

**Aufgabe 1.2**

#	c	b	a	$a \Rightarrow b$	$b \Rightarrow c$	$(a \Rightarrow b) \Rightarrow c$	$a \Rightarrow (b \Rightarrow c)$	$(a \wedge b) \Rightarrow c$
0	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1
2	0	1	0	1	0	0	1	1
3	0	1	1	1	0	0	0	0
4	1	0	0	1	1	1	1	1
5	1	0	1	0	1	1	1	1
6	1	1	0	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1

**Aufgabe 1.3**

- a: Ron spricht Parsel
- b: Harry Potter kann zaubern
- c: Cedric lebt noch

Für den Fall  $a=c=0$  und  $b=1$  (Zeile #2 der Tabelle aus 1.2) ergibt sich:

Für  $(a \Rightarrow b) \Rightarrow c$  ergibt sich mit

*„Aus, wenn Ron Parsel spricht, dann kann Harry Potter zaubern, ergibt sich, dass Cedric noch lebt.“*

eine falsche Aussage.

Für  $a \Rightarrow (b \Rightarrow c)$  ergibt sich mit

*„Angenommen Ron spricht Parsel, folglich: wenn Harry Potter zaubern kann, lebt Cedric noch.“*

eine wahre Aussage.

Für den Fall  $a=b=c=0$  (Zeile #0 der Tabelle aus 1.2) ergeben sich die gleichen Sätze nur, dass die reale Aussage für b verneint werden muss, also ‚Harry Potter kann nicht zaubern‘. Dann ist ebenfalls (wie an der Tabelle aus 1.2) ersichtlich die erste Aussage falsch und die zweite Aussage wahr.

**Aufgabe 1.4**

$$\begin{aligned}x &= \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \\ &= \overline{ab} \vee \overline{ab}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee abc \\ &= \overline{a} \vee b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z &= \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee abc \\ &= b \vee ac \vee \overline{abc}\end{aligned}$$

$$\varphi = abc \vee \overline{abc} \vee \overline{abc} \vee \overline{abc}$$